

МIНIСТЕРСТВО ОСВIТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ

“КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ”

Факультет прикладної математики

Кафедра програмного забезпечення комп’ютерних систем

**Лабораторна робота №** 2

з дисципліни “ Математичне моделювання систем та процесів ”

тема “Математичні моделі, що описуються диференціальними рівняннями вищих порядків”

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Виконав  студент VI курсу  групи КВ-64М  Подольський Сергій Валентинович  (*прізвище, ім’я, по батькові*)  варіант № 3 |  | Умовно зарахована  “\_\_\_\_” “\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_” 20\_\_\_ р.  викладачем  Онай Микола Володимирович  (*прізвище, ім’я, по батькові*) |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Штрафні бали:   |  |  | | --- | --- | | **Термін здачі** | **Оформлення звіту** | |  |  | | Нараховані бали:   |  |  |  | | --- | --- | --- | | **Корект. виконання завд. (3 бала)** | **Відп. на теор. питання (4 бала)** | **Відп. на прогр. питання (2 бала)** | |  |  |  | | Сумарний бал:   |  | | --- | |  | |

Київ 2011

# Постановка задачі за варіантом

1. Знайти розв’язки диференціальних рівнянь (без початкових умов), заданих за варіантом (табл. 2.1, табл. 2.2), в аналітичному вигляді, не використовуючи математичні пакети, тобто вручну.
2. Знайти розв’язок диференціальних рівнянь (без початкових умов), заданих за варіантом (табл. 2.1, табл. 2.2), в аналітичному вигляді за допомогою будь-якого математичного пакета, використовуючи спеціальні функції, що наявні в ньому.
3. Знайти аналітичний розв’язок задач Коші (табл. 2.1, табл. 2.2), заданих за варіантом, не використовуючи математичні пакети, тобто вручну.
4. Знайти аналітичний розв’язок задач Коші (табл. 2.1, табл. 2.2), заданих за варіантом, за допомогою будь-якого математичного пакета, використовуючи спеціальні функції, що наявні в ньому.
5. Розв’язати задані за варіантом задачі Коші (табл. 2.1, табл. 2.2):

* методом Рунге-Кутта другого та третього порядку;
* методом Рунге-Кутта четвертого та п’ятого порядку,

змінюючи точність обчислень, що задана за замовчуванням для кожного методу.

1. На декартовій площині №1 побудувати графіки отриманих розв’язків першої задачі Коші (графіки чисельних розв’язків мають бути побудовані у вигляді точок, які не з’єднані між собою):

* методом Рунге-Кутта другого та третього порядку;
* методом Рунге-Кутта четвертого та п’ятого порядку;
* при аналітичному розв’язанні задачі Коші вручну;
* при аналітичному розв’язанні задачі Коші за допомогою математичного пакету.

1. На декартовій площині №2 побудувати графіки отриманих розв’язків другої задачі Коші (графіки чисельних розв’язків мають бути побудовані у вигляді точок, які не з’єднані між собою):

* методом Рунге-Кутта другого та третього порядку;
* методом Рунге-Кутта четвертого та п’ятого порядку;
* при аналітичному розв’язанні задачі Коші вручну;
* при аналітичному розв’язанні задачі Коші за допомогою математичного пакету.

1. Сформулювати лінійне неоднорідне диференціальне рівняння третього порядку зі сталими коефіцієнтами та певні початкові умови (задачу Коші), яке за прийнятний час не розв’язується аналітично за допомогою математичних пакетів, але легко знаходиться його чисельний розв’язок.
2. Розв’язати задачу Коші з п.8:
   * методом Рунге-Кутта другого та третього порядку;
   * методом Рунге-Кутта четвертого та п’ятого порядку,
   * будь-яким іншим чисельним методом.

змінюючи точність обчислень, що задана за замовчуванням для кожного метода.

1. На декартовій площині №3 побудувати графіки (у вигляді точок, які не з’єднані між собою) отриманих розв’язків задачі Коші з п.9:
   * методом Рунге-Кутта другого та третього порядку;
   * методом Рунге-Кутта четвертого та п’ятого порядку;
   * будь-яким іншим чисельним методом.
2. Розв’язати задачу, задану за варіантом (табл. 2.3), при необхідності дозволяється використовувати математичні пакети.

Таблиця  2.1. Варіанти завдань

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Варіант**  **№** | **Рівняння** | **Початкова умова** | **Сітка результатів** | |
| **Інтервал** | **Кількість точок** |
| 3 |  |  |  | 21 |

Таблиця  2.2. Варіанти завдань

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Варіант**  **№** | **Рівняння** | **Початкова умова** | **Сітка результатів** | |
| **Інтервал** | **Кількість точок** |
| 3 |  |  |  | 21 |

Таблиця  2.3. Варіанти завдань

|  |  |
| --- | --- |
| **Варіант №** | **Задача** |
| 3 | Деяка система описується диференціальним рівнянням  з початковими умовами .  Знайти рівняння руху тіла . Подати його у вигляді суми двох коливань одного з власною частотою , а іншого – з частотою зовнішньої сили. Побудувати інтегральну криву розв’язку та відмітити на графіку період коливань. |

# Математичне підґрунтя для виконання даної лабораторної роботи

Розглянемо звичайне диференціальне рівняння *n*‑го порядку

*F*(*x, y, y′, … , y*(*n*)) *=* 0*,* (1)

де *F:* **R**×**R***n+*1*→* **R** — відома функція своїх аргументів.

Якщо виконуються умови існування неявної функції відносно старшої похідної *y*(*n*), то рівняння (1) може бути розв'язано відносно *n‑*ї похідної (узагалі говорячи, локально). Рівняння *n‑*го порядку, розв'язане відносно старшої похідної, має вигляд

*y*(*n*) *= f*(*x, y, y′, … , y*(*n–*1))*.* (2)

**Визначення**. Нехай функція *f* визначена в області *D*⊆ **R***n+*1.Функція *y = ϕ*(*x*), *ϕ*∈ **C**(*n*)(*I*) називається *розв'язком* рівняння (2) на *I,* якщо:

1)∀*x*∈*I*:(*x, ϕ*(*x*)*, ϕ*′(*x*)*, … , ϕ*(*n–*1)(*x*))∈*D*;

2)∀*x*∈*I*: *ϕ*(*n*)*= f*(*x, ϕ*(*x*)*, ϕ*′(*x*)*, … , ϕ*(*n–*1)(*x*)) *.*

Задача Коші для рівняння (2) ставиться так: серед усіх розв’язків рівняння (2) знайти ті, які задовольняють початковим умовам: при *х = х*0: *y = y*0*, y*′*= y*0′*,y*(*n–*1)*= y*0(*n–*1)*,* де *х*0*, y*0*, y*0′*, y*0(*n–*1) — задані числа з **R**. Задача Коші записується так:

 (3)

**Визначення**. Нехай у кожній точці (*x, y, y*′*, … , y*(*n–*1)) області *D = D1*×*D2*⊆**R**1× **R***n* має місце існування й єдність розв’язку задачі Коші для рівняння (2). Тоді *n‑*параметричне сімейство функцій

*y = ϕ*(*x, c*1*,…,cn*) ⇔ *y = ϕ*(*x,C*)*, C*∈*E*⊆ **R***n* (4)

(*Е* — множина припустимих значень параметрів) називається *загальним розв’язком* рівняння (2) в області *D,* якщо *ϕ*∈ **(*D*1×*E*)і:



1. при будь-якім фіксованому значенні *C*∈*E* функція (4) є розв’язком дифе­рен­ціального рівняння (2);
2. ∀(*х*0*, y*0*, y*0′*, y*0(*n–*1))∈*D* існує таке значення параме­трів (*c*01*,…,c*0*n*)= *C*0∈*Е*, що функція (4) при *C = C*0 є розв’язком задачі Коші (3).

Якщо ж загальний розв’язок рівняння (2) знайдений неявно у вигляді

*Ф*(*x, y, c*1*,…,cn*) *=* 0*,* (5)

то його називають *загальним інтегралом* цього рівняння.

# Аналітичні розв’язки диференціальних рівнянь з п.1 – 4 завдання

## Перше, задане за варіантом, диференціальне рівняння

Маємо звичайне лінійне неоднорідне рівняння другого порядку, що допускає зниження порядку. Виконаємо заміну , отримаємо

Отримаємо спочатку загальний розв’язок однорідного рівняння

Це рівняння з відокремлюваними змінними.

Тривіальний розв’язок: .

Використаємо принцип лінійності оператору диференціювання.

Розв’яжемо спочатку рівняння

Частковим розв’язком цього неоднорідного рівняння є многочлен виду

Підставимо його в попереднє рівняння, отримаємо

Зведемо подібні. Отримаємо

Звідси знайдемо коефіцієнти :

В результаті маємо многочлен виду

Тепер отримаємо частковий розв’язок неоднорідного рівняння

Помножимо ліву та праву частини на :

(процес знаходження інтегралу опускаємо у зв’язку із його складністю та оскільки це не є цільовою задачею, яка поставлена в рамках даної лабораторної роботи)

Остаточний загальний розв’язок неоднорідного рівняння матиме вигляд

де константа . Тепер повернемося назад від заміни до функції , проінтегрувавши отриману функцію по . В результаті отримаємо остаточний розв’язок

де

Розв’яжемо задачу Коші з початковими умовами

Знайдемо . Підставимо значення , отримаємо:

Звідси

Знайдемо . Підставимо значення , отримаємо:

Звідси

## Друге, задане за варіантом, диференціальне рівняння

Маємо звичайне лінійне неоднорідне рівняння третього порядку, що допускає зниження порядку. Виконаємо заміну , отримаємо

Отримаємо спочатку загальний розв’язок однорідного рівняння

Це рівняння з відокремлюваними змінними.

Тривіальний розв’язок: .

Помножимо ліву та праву частину на для пришвидшення розв’язку:

Використаємо принцип лінійності оператору диференціювання.

Розв’яжемо спочатку рівняння

Частковим розв’язком цього неоднорідного рівняння є многочлен виду

Підставимо його в попереднє рівняння, отримаємо

Зведемо подібні. Отримаємо

Звідси знайдемо коефіцієнти :

В результаті маємо многочлен виду

Тепер отримаємо частковий розв’язок неоднорідного рівняння

Помножимо ліву та праву частини на :

(процес знаходження інтегралу опускаємо у зв’язку із його складністю та оскільки це не є цільовою задачею, яка поставлена в рамках даної лабораторної роботи)

Остаточний загальний розв’язок неоднорідного рівняння матиме вигляд

де константа . Тепер повернемося назад від заміни до функції , проінтегрувавши два рази отриману функцію по . В результаті отримаємо остаточний розв’язок

Розв’яжемо задачу Коші з початковими умовами

Знайдемо . Підставимо значення , отримаємо:

Звідси

Знайдемо . Підставимо значення :

Звідси

Знайдемо .

Підставимо значення ,, :

Звідси

# Чисельні розв’язки задач Коші з п.5 завдання

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Таблиця  2.4. Чисельні розв’язки першої задачі Коші з п.5 завдання   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | MATLAB | | | | | Метод Рунге-Кутта  2-3порядку | | Метод Рунге-Кутта  4-5порядку | | | *x* | *y* | *x* | *y* | | 5.0000  5.6000  6.2000  6.8000  7.4000  8.0000  8.6000  9.2000  9.8000  10.4000  11.0000  11.6000  12.2000  12.8000  13.4000  14.0000  14.6000  15.2000  15.8000  16.4000  17.0000 | 0.0015  0.0030  0.0037  0.0026  -0.0008  -0.0066  -0.0154  -0.0294  -0.0515  -0.0840  -0.1283  -0.1866  -0.2638  -0.3672  -0.5039  -0.6794  -0.9002  -1.1778  -1.5288  -1.9711  -2.5217 | 5.0000  5.6000  6.2000  6.8000  7.4000  8.0000  8.6000  9.2000  9.8000  10.4000  11.0000  11.6000  12.2000  12.8000  13.4000  14.0000  14.6000  15.2000  15.8000  16.4000  17.0000 | 0.0015  0.0030  0.0037  0.0026  -0.0008  -0.0066  -0.0154  -0.0294  -0.0515  -0.0840  -0.1284  -0.1867  -0.2639  -0.3674  -0.5042  -0.6798  -0.9007  -1.1786  -1.5299  -1.9727  -2.5237 | | Таблиця  2.5. Чисельні розв’язки другої задачі Коші з п.5 завдання   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | MATLAB | | | | | Метод Рунге-Кутта  2-3порядку | | Метод Рунге-Кутта  4-5порядку | | | *x* | *y* | *x* | *y* | | 3.0000  3.8000  4.6000  5.4000  6.2000  7.0000  7.8000  8.6000  9.4000  10.2000  11.0000  11.8000  12.6000  13.4000  14.2000  15.0000  15.8000  16.6000  17.4000  18.2000  19.0000 | 0.0045  0.0172  0.0298  0.0400  0.0464  0.0482  0.0446  0.0348  0.0172  -0.0105  -0.0509  -0.1068  -0.1806  -0.2739  -0.3882  -0.5254  -0.6885  -0.8816  -1.1091  -1.3756  -1.6844 | 3.0000  3.8000  4.6000  5.4000  6.2000  7.0000  7.8000  8.6000  9.4000  10.2000  11.0000  11.8000  12.6000  13.4000  14.2000  15.0000  15.8000  16.6000  17.4000  18.2000  19.0000 | 0.0045  0.0172  0.0298  0.0400  0.0464  0.0482  0.0446  0.0348  0.0172  -0.0105  -0.0509  -0.1068  -0.1806  -0.2739  -0.3882  -0.5255  -0.6886  -0.8816  -1.1091  -1.3756  -1.6844 | |

# Графіки з п.6 та п.7 завдання



Рис.  1. Графіки отриманих розв’язків першої задачі Коші



Рис.  2. Графіки отриманих розв’язків другої задачі Коші

# Чисельні розв’язки задачі Коші з п.9 завдання

Таблиця  2.6. Чисельні розв’язки задачі Коші з п.9 завдання

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| MATLAB | | | | | |
| МетодРунге-Кутта  2-3порядку | | МетодРунге-Кутта  4-5порядку | | Adams-Bashforth-Moulton  Method | |
| *x* | *y* | *x* | *y* | *x* | *y* |
| 1.0000  1.4500  1.9000  2.3500  2.8000  3.2500  3.7000  4.1500  4.6000  5.0500  5.5000  5.9500  6.4000  6.8500  7.3000  7.7500  8.2000  8.6500  9.1000  9.5500  10.0000 | 0.0001  0.0002  0.0004  0.0007  0.0012  0.0020  0.0032  0.0050  0.0079  0.0124  0.0195  0.0306  0.0480  0.0753  0.1181  0.1851  0.2903  0.4552  0.7138  1.1191  1.7547 | 1.0000  1.4500  1.9000  2.3500  2.8000  3.2500  3.7000  4.1500  4.6000  5.0500  5.5000  5.9500  6.4000  6.8500  7.3000  7.7500  8.2000  8.6500  9.1000  9.5500  10.0000 | 0.0001  0.0002  0.0004  0.0007  0.0012  0.0020  0.0032  0.0050  0.0079  0.0124  0.0196  0.0307  0.0482  0.0756  0.1187  0.1861  0.2920  0.4581  0.7185  1.1269  1.7675 | 1.0000  1.4500  1.9000  2.3500  2.8000  3.2500  3.7000  4.1500  4.6000  5.0500  5.5000  5.9500  6.4000  6.8500  7.3000  7.7500  8.2000  8.6500  9.1000  9.5500  10.0000 | 0.0001  0.0002  0.0004  0.0007  0.0012  0.0020  0.0032  0.0050  0.0079  0.0124  0.0195  0.0307  0.0481  0.0755  0.1185  0.1858  0.2915  0.4572  0.7172  1.1249  1.7642 |

# Графіки з п.10 завдання



Рис.  3. Графіки з п.10 завдання

# Процес розв’язку задач з п.11 завдання

Деяка система описується диференціальним рівнянням

з початковими умовами .

Знайти рівняння руху тіла . Подати його у вигляді суми двох коливань одного з власною частотою , а іншого – з частотою зовнішньої сили. Побудувати інтегральну криву розв’язку та відмітити на графіку період коливань.

Рівняння руху тіла має вигляд:

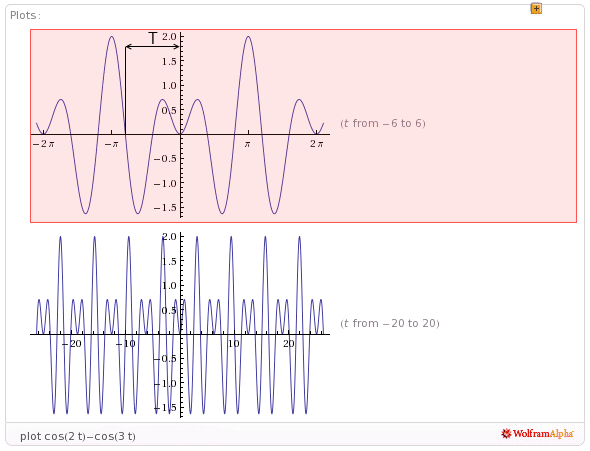


Рис.  4. Інтегральна крива розв’язку

# Висновки по кожному пункту завдання

При розв’язанні вручну диференціальних рівнянь з пунктів 1–4 завдання з початковими умовами (тобто задач Коші), індекси проміжних констант нумерувалися літерами, тобто , а індекси констант остаточних кінцевих розв’язків – числами, тобто , для того, щоб в фінальних розв’язках нумерація констант починалася з одиниці, а не з наступного індексу після індексу останньої проміжної константи.

При побудові графіків з пунктів 6, 7 завдання точки розв’язку методом Рунге-Кутта другого та третього порядку позначалися на графіку хрестиками (), точки розв’язку методом Рунге-Кутта четвертого та п’ятого порядку – колами (. Лінії графіків розв’язків при аналітичному розв’язанні задачі Коші вручну та за допомогою математичного пакету співпадають і накладаються один на одного, тому з метою можливості візуалізації графіка, що будується першим і перекривається, лінія графіку другої функції будується пунктирною.

Сформоване за пунктом 8 завдання диференціальне рівняння третього порядку зі сталими коефіцієнтами та початковими умовами (задача Коші) розв’язується математичним пакетом Matlab на шестиядерній обчислювальній машині близько трьох хвилин і безрезультатно. При подальших спробах аналітичного розв’язання результат кешується (тобто його відсутність) і далі вже одразу виводиться попередження про невдалу спробу знаходження аналітичного розв’язку. При цьому чисельні розв’язки отримуються як дійсні числа і практично миттєво.

У пункті 9 завдання у якості іншого чисельного методу був використаний метод Adams-Bashforth-Moulton, який реалізується функцією ode113 в пакеті Matlab.

При побудові графіків з пунктів 6, 7 завдання точки розв’язку методом Рунге-Кутта другого та третього порядку позначалися на графіку хрестиками (), точки розв’язку методом Рунге-Кутта четвертого та п’ятого порядку – колами (, методом Adams-Bashforth-Moulton – плюсами ().

# Тексти всіх програм

## Функція Lab\_2\_3

function solution = Lab\_2\_3( equation\_number, solver )

%Lab\_2\_3 Solution of specified differential equation

% Return two vectors of X and Y values or explicit solution function Y(X)

% handle depending on argument. solver might be ode solver function

% handle or string, e.g. @ode23 or @ode45 or 'cuchy' or other

if equation\_number == 1

equation = '7 \* D2y - 2 \* Dy = -3 \* x^2 \* cos(2 \* x) - x^3';

x0 = 5;

y0 = [15 27];

elseif equation\_number == 2

equation = '2 \* D3y + 5 \* D2y = x \* sin(x) - x^2';

x0 = 3;

y0 = [4.5 13.5 12.1];

elseif equation\_number == 3

equation = 'D3y - y = log(x)^sin(x)';

x0 = 1;

y0 = [ 1 2 3];

else

error('MATLAB:Lab\_2\_3:InvalidArgument',...

'Invalid equation\_number value: 1 or 2 or 3 expected');

end

if ischar(solver)

% Solve cauchy problem

if strcmp('cauchy', solver)

initial = strcat('y(', num2str(x0), ') = ', num2str(y0(1)));

for i = 2:length(y0)

initial = strcat(initial, ', D', num2str(i-1), 'y(', num2str(x0), ') = ', num2str(y0(i)));

end

solution = inline(dsolve(equation, initial, 'x'));

else

% Find explicit solution

solution = inline(dsolve(equation, 'x'));

end

elseif isa(solver, 'function\_handle')

% Get numerical solution

points\_count = 21;

if equation\_number == 1

x\_max = 17;

% y1 = y

% y2 = y'

% y1' = y2

% y2' = (-3 \* x^2 \* cos(2 \* x) - x^3 + 2 \* y2) / 7

odefun = @(x, y) [y(2); (-3 \* x.^2 .\* cos(2 \* x) - x.^3 + 2 \* y(2)) / 7];

elseif equation\_number == 2

x\_max = 19;

% y1 = y

% y2 = y'

% y3 = y''

% y1' = y2

% y2' = y3

% y3' = (x \* sin(x) - x^2 - 5 \* y3) / 2

odefun = @(x, y) [y(2); y(3); (x .\* sin(x) - x.^2 - 5 \* y(3)) / 2];

else

x\_max = 10;

% y1 = y

% y2 = y'

% y3 = y''

% y1' = y2

% y2' = y3

% y3' = ln(sin(ln(x)))/cos(x) + y1

odefun = @(x, y) [y(2); y(3); log(x).^sin(x) + y(1)];

end

xspan = x0 : (x\_max - x0) / (points\_count - 1) : x\_max;

options = odeset('RelTol', 1.0e-3);

[X Y] = solver(odefun, xspan, y0, options);

solution = [X Y];

else

error('MATLAB:Lab\_7\_1:InvalidArgumentType',...

'Invalid argument type. ode23 or ode45 handle or string expected');

end

end

## Автоматизований скрипт виконання завдання № 6

clc

close all

% Handfound solution

c1 = -404.579;

c2 = 305.709;

Yhandfound = @(x) c1\*exp(2/7\*x)+c2+1/500000\*(3\*(2500\*x.^2-34300\*x-7277).\*sin(2\*x)+3\*(17500\*x.^2+7400\*x-25039).\*cos(2\*x)+62500\*x.\*(x.^3+14\*x.^2+147\*x+1029));

% Find explicit solution

Ycauchy = Lab\_2\_3(1, 'cauchy');

% Find numerical solutions

solution23 = Lab\_2\_3(1, @ode23);

solution45 = Lab\_2\_3(1, @ode45);

X23 = solution23(:, 1)

Y23 = solution23(:, 2)

X45 = solution45(:, 1)

Y45 = solution45(:, 2)

% Plot

figure

hold on

grid on

% Title

title('№ 1')

% X label

xlabel('X')

% Y label

ylabel('Y')

% Plot explicit solution

fplot(Ycauchy, [5 17], 'g');

% Plot handfound solution

fplot(Yhandfound, [5 17], '-.r');

% plot ode23 and ode45 points

plot(X23, Y23, 'X', X45, Y45,'o');

hold off

## Автоматизований скрипт виконання завдання № 7

clc

close all

% Handfound solution

c1 = 19.5434;

c2 = 3836.032;

c3 = -55.4321;

Yhandfound = @(x) c1\*x+c2\*exp(-5/2\*x)+c3-((25\*x.^2-40\*x+48)\*x.^2)/1500-1/841\*(145\*x+74).\*sin(x)+2/841\*(29\*x-165).\*cos(x);

% Find explicit solution

Ycauchy = Lab\_2\_3(2, 'cauchy');

% Find numerical solutions

solution23 = Lab\_2\_3(2, @ode23);

solution45 = Lab\_2\_3(2, @ode45);

X23 = solution23(:, 1)

Y23 = solution23(:, 2)

X45 = solution45(:, 1)

Y45 = solution45(:, 2)

% Plot

figure

hold on

grid on

% Title

title('№ 2')

% X label

xlabel('X')

% Y label

ylabel('Y')

% Plot explicit solution

fplot(Ycauchy, [3 19], 'g');

% Plot handfound solution

fplot(Yhandfound, [3 19], '-.r');

% plot ode23 and ode45 points

plot(X23, Y23, 'X', X45, Y45,'o');

hold off

## Автоматизований скрипт виконання завдання № 10

clc

close all

% Find explicit solution - might not solve

Ycauchy = Lab\_2\_3(3, 'cauchy')

% Find numerical solutions

solution23 = Lab\_2\_3(3, @ode23);

solution45 = Lab\_2\_3(3, @ode45);

solution113 = Lab\_2\_3(3, @ode113);

X23 = solution23(:, 1)

Y23 = solution23(:, 2)

X45 = solution45(:, 1)

Y45 = solution45(:, 2)

X113 = solution113(:, 1)

Y113 = solution113(:, 2)

% Plot

figure

hold on

grid on

% Title

title('№ 3')

% X label

xlabel('X')

% Y label

ylabel('Y')

% plot ode23, ode45 and ode113 points

plot(X23, Y23, 'X', X45, Y45,'o', X113, Y113, '+');

hold off